Prof : M. Féthi	*Devoir de Contrôle N°3*	Classe : 3éme T
Lycée : Mezria Monastir Année : 2012/2013	*Mathématiques*	Durée : 2 Heures Date : Avril 2013

Exercice n°1 :

I/ (QCM) : Crocher la réponse exacte :

1) Le produit scalaire des vecteurs : $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\2\\-2\end{pmatrix}$ est égale à :

☐ $2\|\vec{u}\|^2$ ☐ $-2\|\vec{u}\|^2$ ☐ - 6

2) Si $(\vec{u},\vec{v},\vec{w})$ est une base orthonormé de l'espace alors : $\vec{u}.(\vec{v}+2\vec{u})$ est égale à :

☐ 0 ☐ 2 ☐ 1

3) Si (u_n) est une suite arithmétique de raison $r > 0$, alors (u_n) est :

☐ Convergente ☐ Croissante ☐ Bornée

II/ Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse :

1) Si une suite est géométrique, alors elle est monotone.
2) Si une suite n'est pas convergente, alors elle tend vers l'infini.
3) Si $(\vec{u},\vec{v},\vec{w})$ est une base de l'espace alors la droite D(A, $\vec{u}+\vec{v}$) est parallèle au plan $\mathcal{P}$(B, $\vec{v},\vec{w}$).

Exercice n°2 :

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

On considère les points : A(1,2,3) , B(0,1,4) , C(-1,-3,2) et D(4,-2,5).

1) a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
   b) En déduire que A, B et C forment un plan.
   c) Montrer que $\vec{N}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (ABC).
   d) Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $2x-y+z-3=0$
2) Soit Δ la droite dont une représentation paramétrique est :

   $\Delta: \begin{cases} x = 2-2\alpha \\ y = -1+\alpha \ ; \quad \alpha \in IR \\ z = 4-\alpha \end{cases}$

   a) Montrer que le point D appartient à la droite Δ.
   b) Montrer que Δ est perpendiculaire au plan (ABC).
3) Soit E le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).
   a) Calculer les coordonnées du point E.
   b) En déduire que E est le centre de gravité du triangle A.

Exercice N°3 :

Soit la suite U définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{4U_n+3}{U_n+6} \end{cases}$

1) Montrer par récurrence que $U_n \geq 1$ pour tout entier n.
2) Montrer que la suite U est décroissante.
3) a) En déduire que U est convergente.
   b) Calculer alors $\lim_{n \to +\infty} U_n$
4) On pose $V_n = \frac{U_n-1}{U_n+3}$
   a) Montrer que (V_n) est suite géométrique.
   b) Exprimer V_n en fonction de n.
   c) En déduire que (V_n) est convergente.
5) a) Exprimer U_n en fonction de V_n.
   b) Retrouver $\lim_{n \to +\infty} U_n$
6) Soit $S = V_0 + V_1 + \dots\dots\dots.+V_{n+1}$
7) Exprimer S en fonction de n.[i]

[i] 40639912